

I. La construcción de las tablas de mortalidad para Cuba y provincias, 2005-2007.

Información básica utilizada

Por lo general cuando se construyen tablas de mortalidad se acostumbra a realizar un recuento crítico de la información que se maneja en el cálculo, en la medida que los resultados que se obtienen y su interpretación posterior están en correspondencia directa con la robustez de los datos utilizados. Por ello se justifica el genuino afán de cualquier institución o investigador que realiza cálculos de tablas de mortalidad por mostrar con la mayor claridad y amplitud posible los aspectos relacionados con las fuentes de información, su metodología, cobertura, alcance, validación y procesamiento, así como todo lo concerniente a la calidad de los datos.

La información utilizada en el cálculo de las tablas de mortalidad 2005-2007 es la siguiente:

1. Defunciones por sexo y edad simple hasta 100 años y más de Cuba y provincias de los años 2005, 2006 y 2007.
2. Defunciones infantiles (menores de un año) por sexo y clasificadas por el año de ocurrencia del nacimiento de Cuba y provincias de los años 2000, 2001, 2002, 2003, 2004 y 2005⁵.
3. Nacimientos por sexo de los años 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006 y 2007 de Cuba y provincias.
4. Población media por sexo y edad simple hasta 100 años y más del año 2006 para Cuba y provincias

En esta oportunidad no se dedica mayor espacio a la revisión de cada uno de los aspectos vinculados con la información básica, dado que en la publicación de las tablas de mortalidad 2001-2003⁶ se ofrece una amplia explicación sobre las fuentes, cobertura y calidad de la información utilizada en el cálculo de las mencionadas tablas, en particular de las estadísticas vitales (nacimientos y defunciones) donde se constata y reconoce su alta cobertura y calidad. Como estas condiciones no han

⁵ Al momento de la construcción de estas tablas no se disponía de la información de las defunciones infantiles de los años 2006 y 2007 por año de nacimiento, por ello para el cálculo del factor de separación de las muertes se utilizan las defunciones ocurridas desde el año 2000 al 2005.

⁶ Oficina Nacional de Estadísticas, CEPDE (2004). Cuba: La Esperanza o Expectativa de vida 2001-2003. Cálculos y Análisis por sexo y edades. (pp. 12-17)

variado, se remite al lector interesado a la mencionada publicación para cualquier aclaración o ampliación sobre este particular.

En cuanto a la población utilizada en el cálculo de tasas y otras funciones de la tabla, se dan cambios de importancia en su forma de cálculo, los cuáles se analizan a continuación.

Desde 1970 las estimaciones del total de la población para Cuba y cualquier nivel territorial han sido consideradas de buena consistencia, al calcularse en base a la ecuación compensadora, que partiendo de una población inicial, involucra los eventos del movimiento de la población que ocurren durante el periodo de referencia y se llega a una población final.

La calidad documentada del censo de población y viviendas de 1981⁷ (punto de partida de las estimaciones de población entre 1981 y 2001) y de las estadísticas continuas del movimiento de la población⁸, ratifican la consistencia del cálculo de los totales poblacionales en ese período

En esos años la apertura por edad de la población se hacía en base a la estructura etaria proveniente del Registro de Consumidores a nivel de cada municipio, obteniéndose por agregación los niveles territoriales superiores. El Registro de Consumidores al estar concebido con objetivos diferentes a las necesidades de las estadísticas de población no permitía una apertura por edad simple superior a los 64 años, de manera que la población de 65 años y más de edad aparece agrupada. Por ello para calcular la estructura por grupos quinquenales de edad a partir de los 65 años se utilizaron en el tiempo diferentes variantes. Los resultados que se obtenían de estos cálculos por lo general aunque consistentes, no eran los más indicados.

Con los resultados del Censo de Población y Viviendas del año 2002, se cálculo la población al 31 de diciembre del año 2002 haciendo intervenir los eventos que

⁷ Se puede encontrar una evaluación sobre la calidad de los resultados censales de 1981 en: Oficina Nacional de Estadísticas, Centro de Estudios de Población y Desarrollo, (1998). "Estudio de aspectos conceptuales, metodológicos y aplicaciones de las tablas de mortalidad. Cálculo de las tablas de mortalidad para Cuba y provincias en 1994 – 1995, La Habana.

⁸ Una revisión sobre la calidad de las estadísticas continuas puede encontrarse en: FNUAP, UNICEF, CEDEM, ONE, MINSAP (1995). "Cuba, transición de la fecundidad. Cambio social y conducta reproductiva", La Habana; y Oficina Nacional de Estadísticas, Centro de Estudios de Población y Desarrollo (2004). "Cuba: La esperanza o expectativa de vida 2001-2003. Cálculos y análisis por sexo y edad", La Habana.

forman parte del movimiento de la población, a decir, nacimientos, defunciones y migraciones.

A partir del año 2003⁹ el cálculo de la población por sexo y edad según municipios y zona de residencia adquiere características metodológicas muy consistentes, que colocan a las estadísticas de población cubana en una situación de muy alta consistencia y calidad.

Se crea un sistema automatizado que integra todas las variables que intervienen en el crecimiento de la población, y que tiene la fortaleza de ir siguiendo las generaciones de hombres y mujeres en el tiempo y por tanto garantizar la reproducción de las cohortes.

El sistema se basa en el uso de la ecuación compensadora que tiene la siguiente forma general:

$$N_{x+1}^t = N_x^{t-1} - D_x^t + SM_x^t$$

Donde: N_{x+1}^t Se refiere a la población de la edad x+1 al 31 de diciembre del año t.

N_x^{t-1} Se refiere a la población de la edad x al 31 de diciembre del año t-1.

D_x^t Se refiere a las defunciones ocurridas de la edad x durante todo el año t.

SM_x^t Se refiere al saldo migratorio de la población de la edad x en el año t

La ecuación compensadora se comienza a aplicar desde la zona urbana o rural de residencia, a nivel de municipios para la población masculina y femenina de cada edad. Por agregación se llega a los niveles territoriales superiores, a decir provincial y el nacional. Por tal razón y dada su consistencia, las cifras de población de Cuba y sus territorios se consideran en la actualidad calculadas y no estimadas.

La población de la edad 0 años tiene características especiales, se calcula a partir de los nacimientos del año en cuestión, se le restan las defunciones infantiles ocurridas en el año y se le suma el saldo migratorio de los niños menores de un año¹⁰.

⁹ Una explicación más detallada aparece en: ONE, CEPDE, (2006). Publicaciones Electrónicas 2005, La población cubana en el capítulo "Cálculo de la Población".

¹⁰ En evaluaciones que se hicieron en el sistema comparando los resultados de utilizar el factor de separación de las muertes de menores de un año y de no contemplarlo, se comprobó que era posible simplificar el sistema, ya que los resultados no introducían diferencias significativas.

Aspectos relacionados con el método de construcción de las tablas de mortalidad del periodo 2005-2007.

En el cálculo de la esperanza de vida para el período 2005-2007 se introducen dos cambios metodológicos de importancia, el primero **es la extensión del cálculo hasta los 100 años y más**, y el segundo **esta relacionado con el método de suavizar las probabilidades de muerte**.

Por primera vez se construyen tablas de mortalidad para Cuba y provincias hasta 100 años y más, lo que constituye el principal cambio que se introduce en este trabajo en comparación con la serie de publicaciones de tablas de mortalidad que tradicionalmente realiza el órgano estadístico del país.

Este cambio obedece fundamentalmente a cinco razones:

- La primera de ellas –de importancia significativa-, es la disponibilidad de información apropiada para extender el cálculo de la esperanza de vida hasta los 100 años y más. Si bien en el país existe desde hace varios años información sobre defunciones por edades simples hasta la edad máxima en que éstas ocurren (numerador de las tasas centrales de mortalidad), no pasaba lo mismo con el cálculo de la población (denominador de las tasas centrales de mortalidad). Es a partir del año 2003, como se ha explicado, a partir de un cambio metodológico de trascendencia que se produce en el cálculo de la población anual, y el consecuente diseño informático para procesarla y obtenerla, que se da la posibilidad de extender las tablas de mortalidad hasta edades más avanzadas¹¹.
- La segunda razón, y también de significativa importancia, tiene que ver con la transformación de las condiciones de la mortalidad cubana, y en consecuencia con el alargamiento de la vida de la población, si hacía 1970 solo tenían la probabilidad de alcanzar los 80 años el 37% de una generación sometida a las condiciones de mortalidad de ese momento, para principios de

¹¹ A partir de la disponibilidad informativa del Censo de Población y Viviendas del 2002, en el año 2003 se comienza a calcular la población de Cuba y sus territorios, a partir de la adición o sustracción de población según el movimiento de las variables demográficas por sexo, edades simples, zonas urbana o rural de residencia, siempre al nivel inferior de la División Político-Administrativa (DPA), es decir el municipio. En otras palabras, se hace a partir de las bondades que posibilita el sistema estadístico cubano el cálculo de la población de forma agregada de municipio a nación, tomando en consideración los principales atributos de la misma. El resultado de lo anterior es la posibilidad de disponer de cifras de población por edades simples de 0 años en adelante, por sexos, zonas, y niveles de la DPA vigente en el país.

la actual década esa probabilidad había aumentado hasta el 52%. Este alargamiento de la vida se asocia a una gran concentración de muertes en los grupos de población de edades avanzadas, por ejemplo, durante el periodo 2005-2007, más del 78% de las muertes ocurrieron en personas de 60 años y más.

Las defunciones de personas de 85 años y más también han aumentando su representatividad en las defunciones totales, en 1996 representaban alrededor del 21%, en el 2007 alcanzaban poco más del 25%. Así la edad media a la defunción de las personas mayores de 85 años aumentó en más de un año, entre 1996 y 2007, situándose en este último en 90.4 años. El otro indicador de tendencia central –la edad mediana-, que expresa resultados más gráficos y fáciles de interpretar, en promedio durante el periodo 1996-2007 alcanzó un valor de 89 años, lo que quiere decir que el 50% de la población que falleció con 85 años y más en el periodo aportó individualmente al tiempo vivido más de 4 años después de alcanzar los 85 años de edad.

- La tercera razón, se relaciona con la demostración de que el método de cálculo que se venía utilizando subestima el valor de la esperanza de vida al nacimiento entre 0,7 y 0,8 años. Esta afirmación fue comprobada empíricamente haciendo los cálculos comparativos con uno y otro método para varios períodos.
- La cuarta razón, tiene que ver con la voluntad expresa de la estrategia de desarrollo social, y en especial por el desarrollo de los Programas de Salud, que se plantean lograr en el mediano plazo una esperanza de vida al nacimiento de 80 años para la población cubana, de manera que se hace necesario profundizar en los aspectos metodológicos de la forma de cálculo del indicador, para lograr un mayor acercamiento a la realidad.
- La quinta razón, está relacionada con la posibilidad de establecer comparaciones más adecuadas con los países de baja mortalidad, que en general, al tratarse de países desarrollados cuentan con gran tradición estadística, y por tanto disponen de la información necesaria para obtener tablas de mortalidad más allá de los 85 años, tales son los casos de la mayoría

de los países europeos, Japón, Canadá, Estados Unidos y unos pocos en la región latinoamericana como Chile, Uruguay y Costa Rica¹².

El segundo cambio introducido, está relacionado con el logro de una función de probabilidades de muerte que describe más adecuadamente las condiciones de mortalidad de la población cubana. En general las tasas centrales de mortalidad muestran algunas fluctuaciones, que no responden a las características generales de la mortalidad, más bien tienen que ver con algunos errores en la declaración de la edad, tanto del numerador (defunciones) como del denominador (población media), por ello en esta oportunidad para refinar el cálculo de las probabilidades de muerte se procede a utilizar la propuesta de Albizu-Campos¹³ para suavizar y ajustar las tasas centrales de mortalidad para el caso cubano utilizando la combinación de dos métodos: El método de promedios móviles de los logaritmos de las tasas de Eduardo Arriaga¹⁴ y la fórmula de Whittaker-Henderson, tipo A.

Tablas de mortalidad completas por sexo

◆ Cálculo de las tasas centrales de mortalidad a partir de los 2 años de edad.

Para la construcción de las tablas completas para el periodo 2005-2007, se utiliza el promedio de las defunciones totales de estos tres años, desglosadas por sexo y edades simples desde 0 año hasta 99 años, con un grupo abierto final de 100 años y más.

Las tasas centrales de mortalidad se calculan por medio de la relación del promedio de defunciones de la edad x de los tres años consecutivos involucrados en la tabla (2005-2007) y la población media de edad x del año central del periodo (2006), de manera general se puede expresar por la relación siguiente:

$$m_x^t = \frac{D_x^{05} + D_x^{06} + D_x^{07}}{\frac{3}{\bar{N}_x^{06}}}$$

Donde:

m_x^t : Tasa central de mortalidad a la edad x

D_x^t : Defunciones ocurridas a la edad x en el año t .

\bar{N}_x^{06} : Población media a la edad x en el año 2006.

¹² United Nations (2005). "Demographic Yearbook", 2002. Tabla 22, pp 835-846.

¹³ Albizu-Campos; J.C, (2003). La esperanza de vida en Cuba en los 90. CEDEM, La Habana, pp.5-11.

¹⁴ Arriaga, E. et al., *Population analysis with microcomputers*. U. S. Bureau of the Census, Population Division – United States Agency for International Development (USAID November 1994).

Con el fin de mejorar la exactitud del cálculo de las tasas para las edades 2, 3 y 4 años se utiliza la propuesta de Greville (Ortega, 1987)¹⁵. Esta propuesta da la posibilidad de tomar un denominador más real; ya que las defunciones de edad x ocurridas durante el periodo 2005-2007 afectan a tres cohortes consecutivas, entonces es posible reemplazar el denominador \overline{N}_x por la suma de las poblaciones medias a la edad cumplida $x-1$, x y $x+1$.

Para estas edades entonces las m_x se calculan:

$$m_x = \frac{D_x^{05} + D_x^{06} + D_x^{07}}{N_{x-1}^{06} + N_x^{06} + N_{x+1}^{06}}$$

A partir de la edad 5 años las m_x se obtienen directamente de la relación general, es decir se trabaja directamente con el promedio de tres años consecutivos de las defunciones a una edad x y la población media del año central del periodo a la edad x .

En los trabajos mencionados anteriormente se argumenta la utilización de la combinación de estos métodos para suavizar las tasas centrales de mortalidad para evitar posible sobre-estimación de la esperanza de vida.

El primer método parte del supuesto de que existe interdependencia entre las condiciones de mortalidad de tres edades adyacentes cualesquiera, y a partir de ello se trata de lograr un empalme entre las tasas por medio de promedios móviles de los logaritmos base 10 de las tasas centrales de mortalidad observadas (m_x^t)¹⁶.

Para ello se siguen los siguientes pasos:

1) Cálculo de los logaritmos en base 10 de las tasas centrales de mortalidad observadas (m_x^t)

$$m_x^{aaa} = \log_{10}(m_x^t)$$

2) Cálculo de los promedios móviles de $\overline{m_x^{aaa}}$ para $x \geq 1$ y $x \leq 99$

¹⁵ Una revisión detallada del método lo puede encontrar en Ortega, A., *Tablas de mortalidad*. Centro Latinoamericano de Demografía. Serie E, n°. 1004. San José, Costa Rica, abril 1987, pp. 182-196.

¹⁶ Una explicación sencilla y detallada también la puede encontrar en Albizu-Campos, J. C., (2003). La esperanza de vida en Cuba en los 90. CEDEM, La Habana.

$$\overline{m_x^{aaa}} = \frac{1}{3} \sum_{x-1}^{x+1} m_x^{aaa}$$

3) Cálculo de las tasas centrales de mortalidad empalmadas (m_x^{aa})

Para $x = 0$: $m_0^{aa} = m_0^t$; para $x = 100$ y más $m_{100+}^{aa} = m_{100+}^t$; y para $1 \leq x \leq 99$:

$$m_x^{aa} = 10^{\overline{m_x^{aaa}}}$$

Después de suavizar las tasas por el método de empalme se someten a un nuevo proceso para eliminar las escasas oscilaciones que aún pueden mantener las tasas empalmadas, el método que se utiliza es el de la fórmula de Whittaker-Henderson tipo A utilizada por Greville, que tiene la ventaja de no seguir una curva analítica predeterminada, permitiendo al usuario regular el ajuste dentro de un margen muy amplio que va, desde la reproducción exacta de los valores dados, en un caso extremo, hasta valores ajustados que siguen el comportamiento de una línea recta, en el otro extremo. De esta manera, el procedimiento permite suavizar la información y mantener la concordancia con los valores originales.

La fórmula de Whittaker-Henderson tipo A parte de minimizar la siguiente expresión simplificada y utilizada por Greville:

$$\sum (m_x^{aa} - m_x)^2 + K \sum (\Delta^2 m_x)^2$$

El primer término mide la proximidad entre las tasas suavizadas y observadas, mientras que el segundo mide la suavidad con que cambian las tasas en las sucesivas edades, por ello entre más pequeño sea el valor asignado a K más se respetan los valores observados.

La resolución de la expresión anterior implica la solución de un sistema de n ecuaciones en diferencia con n incógnitas, siendo n el número de valores de m_x que se quiere suavizar.

Se presentan aquí solamente las dos ecuaciones en diferencia finales que permiten obtener los valores suavizados m_x :

$$m_x^a = \frac{2a}{a+1} m_{x-1}^a - \frac{a}{a+2} m_{x-2}^a + \frac{2}{(a+1)(a+2)} m_x^{aa} \quad (1)$$

$$m_x^a = \frac{2a}{a+1} m_{x+1}^a - \frac{a}{a+2} m_{x+2}^a + \frac{2}{(a+1)(a+2)} m_x^{aa} \quad (2)$$

Donde: m_x^{aa} representa las tasas observadas (en este caso las tasas suavizadas por el método de empalme), m_x^a son valores auxiliares que se utilizan en el cálculo, m_x las tasas suavizadas.

a se vincula con K mediante la expresión $K = \frac{1}{4}a(a+1)^2(a+2)$, si $a = 3$, entonces las ecuaciones (1) y (2) quedan simplificadas de la siguiente manera:

$$m_x^a = 1,5(m_{x-1}^a) - 0,6(m_{x-2}^a) + 0,1(m_x^{aa}) \quad (1 \text{ a}) \quad m_x = 1,5(m_{x+1}^a) - 0,6(m_{x+2}^a) + 0,1m_x^a$$

(2 a)

Si el proceso se efectúa en el tramo de edades de 0 a 100 y más conociendo los dos valores iniciales m_0^a y m_1^a se pueden calcular los restantes valores auxiliares m_x^a desde la edad 2 en adelante hasta la edad 100 y más por medio de la primera ecuación. Las formulas que normalmente se utilizan para obtener los dos valores iniciales son las siguientes:

$$m_0^a = (m_0^{aa}) - 5(m_3^{aa} - m_2^{aa}) \quad m_1^a = (m_3^{aa}) - 5(m_3^{aa} - m_2^{aa})$$

A su vez si se conocen los dos valores finales suavizados m_{99} y m_{100+} por medio de la segunda ecuación se pueden derivar el resto de los valores suavizados m_x desde la edad 98 hasta la edad 1 año. Para la edad 0 años se toma directamente la tasa observada. Las formulas que normalmente se utilizan para obtener los dos valores finales son las siguientes:

$$m_{99} = (m_{99}^a) + 3(m_{100+}^a - m_{99}^a) \quad m_{100+} = (m_{100}^a) + 3(m_{100+}^a - m_{99}^a)$$

Este método que resulta muy sencillo ha sido utilizado en los cálculos anteriores de tablas de mortalidad en Cuba, la diferencia en esta ocasión radica en que normalmente se ha utilizado para suavizar las probabilidades de muerte y en esta oportunidad se aplica sobre las tasas de mortalidad con la intención de poder reproducir el total de defunciones a través de un factor de ajuste (fa), que se obtiene por medio de la relación del total de defunciones esperadas por edades de acuerdo a las tasas suavizadas y el total de defunciones medias observadas en el periodo.

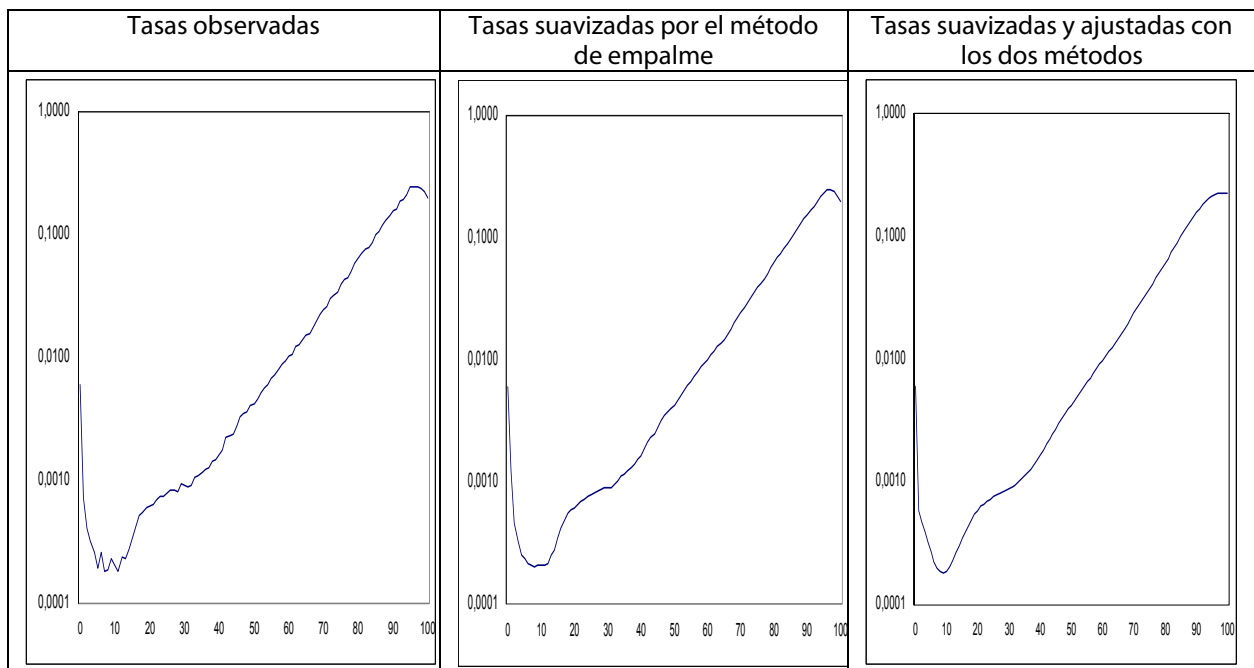
$$fa = \frac{\sum_0^w (m_x \bar{N}_x)}{\sum_0^w \bar{D}_x}$$

Luego de obtenido el factor de ajuste se procede a dividir las tasas suavizadas m_x entre el factor de ajuste, y el cociente que se obtiene como resultado son las tasas suavizadas y ajustadas y las que se convierten a probabilidades de muerte, función básica para la construcción de las tablas de mortalidad.

$$\hat{m}_x = \frac{m_x}{fa}$$

La representación gráfica de las tasas centrales de mortalidad observadas (m_x^t), empalmadas (m_x^{aa}) y las suavizadas y ajustadas \hat{m}_x para la población total de Cuba 2005-2007 da cuenta del resultado del ejercicio de suavizar y ajustar las tasas observadas, debiendo hacerse notar como la curva sigue una función exponencial.

Gráfico 1. Cuba, 2005-2007. Tasas centrales de mortalidad observadas, suavizadas y ajustadas.



◆ **Cálculo de las probabilidades de muerte.**

Una vez ajustadas las tasas centrales de mortalidad se obtienen las probabilidades de muerte. Dado el conocimiento del comportamiento diferencial de la mortalidad por edad se suele utilizar procedimientos distintos en al menos dos tramos de edad:

probabilidades de muerte para los menores de cinco años y para los de esa edad en adelante.

Para menores de cinco años

El primer paso es calcular el número de muertes ocurridas entre las edades exactas x y $x+n$ (${}_n d_x$)¹⁷ en la tabla de mortalidad.

Se sigue el método propuesto por Greville (Ortega, 1987) en la construcción de las tablas de mortalidad de Estados Unidos de 1970. En estas edades los cálculos se apoyan en las estadísticas de nacimientos y defunciones y el uso de los factores de separación. Trabajar con los nacimientos permite disponer de un denominador más confiable para el periodo de los tres años consecutivos (2005 al 2007).

Para el cálculo de d_0 , d_1 , d_2 , d_3 y d_4 se utilizan las siguientes relaciones:

$$d_0 = l_0 \left(\frac{D_0^{05} + D_0^{06} + D_0^{07}}{f_0 B^{04} + B^{05} + B^{06} + (1 - f_0) B^{07}} \right)$$

$$d_1 = l_1 \left(\frac{D_1^{05} + D_1^{06} + D_1^{07}}{f_1 B^{03} + B^{04} + B^{05} + (1 - f_1) B^{06}} \right)$$

$$d_2 = l_2 \left(\frac{D_2^{05} + D_2^{06} + D_2^{07}}{f_2 B^{02} + B^{03} + B^{04} + (1 - f_2) B^{05}} \right)$$

$$d_3 = l_3 \left(\frac{D_3^{05} + D_3^{06} + D_3^{07}}{f_3 B^{01} + B^{02} + B^{03} + (1 - f_3) B^{04}} \right)$$

$$d_4 = l_4 \left(\frac{D_4^{05} + D_4^{06} + D_4^{07}}{f_4 B^{00} + B^{01} + B^{02} + (1 - f_4) B^{03}} \right)$$

Donde, l_0 es la raíz de la tabla, convencionalmente se le asigna el valor de 100000;

D_x^t las defunciones de edad x ocurridas en el año "t"; B^t los nacimientos ocurridos en el año "t"; y f_x el factor de separación de las muertes. Una vez obtenidas las

¹⁷ Al estar construyendo una tabla completa, es decir trabajando con edades desplegadas n toma valor igual a 1, en este caso se acostumbra a omitir el valor de n , en lo adelante la notación se simplifica a d_x . Esta convención es válida para el resto de las funciones en la tabla de mortalidad completa.

defunciones de la tabla (d_x) se calculan las funciones q_x y l_x hasta la edad cuatro años mediante:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \qquad l_{x+1} = l_x - d_x$$

Probabilidades de muerte de 5 y más años.

Como se trabaja con intervalos de edades de un año, es factible suponer que la función l_x varía de forma lineal, por ello para convertir las tasas centrales a probabilidades de muerte se utiliza la relación general siguiente:

$${}_n q_x = \frac{2 \cdot \hat{m}_x}{2 + n \cdot \hat{m}_x}$$

Como el valor de $n = 1$, la relación se simplifica a:

$$q_x = \frac{2 \cdot \hat{m}_x}{2 + \hat{m}_x}$$

Obtenida entonces la serie de probabilidades de muerte se continúa la construcción de las tablas calculando las restantes funciones.

◆ **Cálculo de las restantes funciones de la tabla de mortalidad.**

1. Número de sobreviviente de edad $x + 1$:

$$l_{x+1} = l_x - l_x q_x$$

2. Número de muertes entre x y $x + 1$

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

3. Tiempo vivido por la generación entre las edades x y $x + 1$

Para $x = 0$ $L_0 = f_0 l_0 + (1 - f_0) l_1$ y para $x = 1, 2, 3, \dots, 99$ $L_x = \frac{1}{2} (l_x + l_{x+1})$

Para el grupo abierto final 100 y más, se estudió y evaluó que relación resultaba más conveniente para la población cubana, para ello se tomo en consideración los

resultados preliminares obtenidos en Ciudad de La Habana¹⁸, en la investigación que se desarrolla en el país sobre población centenaria, donde se encontró que la edad mediana de los centenarios es de 101 años, es decir, que cada una del 50% de las personas que llegan a centenarias aportan al menos un año al tiempo vivido por encima de 100 años. La edad media de los centenarios de Ciudad de La Habana era de 102 años.

Por otro lado se tomaron los fallecidos de 100 a 110 años¹⁹ reportados entre 1996 y 2005, y se encontró que el tiempo vivido por los fallecidos de 100 años y más fue en promedio de alrededor de 2 años en el periodo, con una edad mediana de 101 años. Este hallazgo es coherente con los datos obtenidos preliminarmente en la investigación de centenarios, por ello y a criterio de experto se considero conveniente utilizar para encontrar el tiempo vivido por el grupo abierto final la siguiente relación:

$$L_{100y+} = (2 + 0.00002l_{100})l_{100}$$

4. Tiempo vivido por la generación entre las edades \underline{x} , \underline{w}

$$T_x = \sum_{a=x}^{w-1} L_a$$

5. Esperanza de vida a la edad \underline{x}

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

Tablas abreviadas de mortalidad para Cuba y provincias.

Se obtienen a partir de las tablas completas de Cuba y cada una de las provincias²⁰. El procedimiento para derivar las tablas abreviadas de las tablas completas se describe a continuación:

¹⁸ Base de datos preliminar de la provincia Ciudad de La Habana, Dirección de Adulto Mayor y Asistencia Social, Ministerio de Salud Pública. Año 2006.

¹⁹ Se consideró como vida máxima probable 110 años, por ello no se tomaron las personas fallecidas por encima de esta edad que en el periodo de referencia solo representaban el 1% de las defunciones de 100 años y más.

²⁰ Solo se exceptuó el caso del municipio especial Isla de la Juventud, que por su tamaño de población, en algunas edades no se produjeron defunciones en los tres años considerados, de manera que hubo que agrupar la información en grupos quinquenales hasta 85 y más para obtener resultados más aceptables.

1. Número de sobreviviente de edad \underline{x} (l_x).

Se toman directamente de la tabla completa los valores l_x para las edades 0, 1, 5, 10, 15, 20,....., 90, 95 y 100 y más.

2. Número de muertes entre \underline{x} y $\underline{x+n}$

$${}_n d_x = l_x - l_{x+n}$$

3. Probabilidad de muerte entre la edad \underline{x} y $\underline{x+n}$

$${}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x}$$

4. Tiempo vivido por la generación entre las edades \underline{x} y $\underline{x+n-1}$

Se obtiene mediante la sumatoria de los tiempos vividos a las diferentes edades que conforman los respectivos grupos. En los casos de 0 años y el grupo abierto final se toma directamente de la tabla completa.

$${}_n L_x = \sum_x^{x+n-1} L_x$$

5. Tiempo vivido por la generación entre las edades \underline{x} , \underline{w}

$$T_x = \sum_{a=x}^{w-1} {}_n L_a$$

6. Esperanza de vida a la edad \underline{x}

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

Utilizando este procedimiento se logra una perfecta coherencia entre las tablas completas y las tablas abreviadas.

Tablas abreviadas para el municipio especial Isla de la Juventud.

En este caso se construyen y presentan tablas abreviadas por grupos quinquenales de edad desde 5 años hasta 84 años, y se calcula de forma independiente el grupo de los menores de un año, y el grupo de 1-4 años. Los mayores de 84 años se presentan en un grupo abierto final (85 y más).

Se requiere la información del promedio de las defunciones por sexo de los años 2005-2007 y la población media del año 2006 agrupadas de la siguiente forma: menores de un año; de 1-4 años; desde 5 hasta 94 años en grupos quinquenales y un grupo abierto final de 85 y más.

De manera semejante que en las tablas completas, la etapa fundamental en la elaboración de las tablas de mortalidad es la conversión de las tasas centrales a probabilidades de muerte. En este trabajo se utiliza para la construcción de las tablas abreviadas una combinación de la propuesta de Greville y la propuesta de Reed y Merrell, combinación que ha sido utilizada en Cuba en la construcción de anteriores tablas abreviadas de mortalidad.

La relación general que Reed y Merrell proponen como la más aproximada para convertir tasas a probabilidades en tablas abreviadas es la siguiente:

$${}_n q_x = 1 - e^{-{}_n m_x - 0.008 (n)_n^3 m_x^2}$$

Cálculo de las tasas centrales de mortalidad.

Se calculan las tasas centrales de mortalidad para el grupo 1-4 años, para grupos quinquenales comprendidos desde la edad 5 hasta 84 años y para el grupo abierto final. Para ello se utiliza la relación general vista en la construcción de tablas completas.

$${}_n m_x = \frac{{}_n D_x^{05} + {}_n D_x^{06} + {}_n D_x^{07}}{3 \frac{{}_n N_x^{06}}{N_x}}$$

♦ Cálculo de las probabilidades de muerte.

Una vez calculadas las tasas centrales se convierten a probabilidades de muerte, según el siguiente procedimiento en los diferentes grupos de edades.

1. Para 0 año: Se utiliza la propuesta de Greville utilizada y comentada más arriba en la elaboración de las tablas completas.
2. Para 1-4 años: A partir de la relación general propuesta por Reed y Merrell se llega a la siguiente expresión:

$${}_n q_x = 1 - e^{-4.4 m_x (0.9806 - 2.079 m_x)}$$

3. Para grupos quinquenales desde $x = 5, 10, 15, \dots, 84$, se utiliza la siguiente expresión que también se obtuvo a partir de la relación propuesta por Reed y

$$\text{Merrell: } {}_5q_x = 1 - e^{-5{}_5m_x - 5m_x^2}$$

4. El grupo abierto final: Por definición toma el valor de 1.

Como las probabilidades de muerte presentaron irregularidades que en general no tienen que ver con las condiciones de mortalidad, si no más bien con el tamaño de la población y por tanto con el escaso número de casos de defunciones, se decidió realizar un ajuste gráfico de las mismas.

◆ **Cálculo de las restantes funciones**

Conocidos los valores de ${}_nq_x$ y fijando $l_0 = 100000$ se calculan las restantes funciones de la tabla.

1. Número de muertes entre x y $x+n$

$${}_nd_x = l_x {}_nq_x$$

2. Número de sobrevivientes de edad $x+n$

$$l_{x+n} = l_x {}_nq_x$$

3. Tiempo vivido por la generación entre las edades x y $x+n$

$$\text{Para } x=0: L_0 = f_0l_0 + (1 - f_0)l_1$$

$$\text{Para } x = 1, 5, 10, \dots, 84 \quad {}_nL_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nm_x}$$

$$\text{Para el grupo abierto final 85 y más: } L_{100+} = (3,862 + 0,0000466 l_{85})l_{85}$$

4. Tiempo vivido por la generación entre las edades x, w

$$T_x = \sum_{a=x}^{w-1} {}_nL_a$$

5. Esperanza de vida a la edad x

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$